

分形、分维和生物学研究

朱 鸣

(中国科学院上海生理研究所)

提 要

分形、分维法是近几年发展起来的对复杂的和不规则形状物体进行定量研究的数学方法。生物学领域存在众多复杂的、不规则形状的物体和分布现象,把分形、分维法引入生物学研究,为定量研究生物学中各种复杂的现象,提供了有力工具。本文综述了近几年来国外如何使用分形、分维法解决生物学中问题的。

管分布图在内的许多自然现象^[4,7]。

一、引 言

分形(fractals)、分维(fractal dimension)概念的引入要追溯到本世纪六十年代初期,Mandelbrot 博士提出“英国的海岸线到底有多长”的问题^[1]。在回答这个问题时,他发现,答案的精确程度要取决于测量它的量尺的长度。这类曲线的长度是随其测量尺之缩短而增加。分形和分维所量度的正是这类曲线随其测量尺之缩短而增加的程度。Mandelbrot 引入了一个维数为 D (是分数)的空间,这样,连续的测量可以不依赖于测量尺的长短。数 D 称为 Hausdorff-Besicovitch 维数。在欧几里德几何学中,数 D 等于拓扑维数 D_T 。但对分形体来讲,其 Hausdorff-Besicovitch 维数严格超出拓扑维数,此时,数 D 称作分形维数或分维^[2]。

按照 Mandelbrot 的公式,一条直线的维数是一,一个平面的维数是二,同欧氏几何学完全一致。但是一条有锯齿状突起的曲线,其维数则是介于一和二之间的非整数。因为,一条弯弯曲曲的曲线,虽然从欧氏几何学的严格意义上说是一维的,但是它几乎占有一个二维平面^[3]。

后来, Mandelbrot 将上述结果统一成一种理论,命名为 Fractals, 并指出,用分形、分维的概念更宜于描述包括从海岸线到生物体内的血

二、生物学研究中的分形、分维

众所周知,生物学中存在许多复杂的、不规则形状的物体和分布现象,诸如体内血管的分布,高血压病人血管内壁的形状,神经元的生长通路,以及神经网络的联结形式和分布等。以往对这类事物的研究,缺少有效的数学手段,而现在利用分形、分维的概念就可以定量研究和比较复杂且不规则形状的物体或现象的性质,并可望揭示事物的复杂性和不规则性的发生机制。下面给出几个生物学中应用分形、分维研究的事例。

1. 肺动脉床的分形模型

1983 年比利时 Louvain 大学心血管生理学系的 Lefevre^[6] 提出肺动脉床对称的、 N 级二叉树模型。当 N 较大时,这种模型是一类高度破碎的、逆归的并且自相似的数学物体,也就是本文所称的“分形”。(见图 1)

体动脉阻抗由 RC 电路给出,肺动脉床的血流动力学特性由输入阻抗 $Z_{I,1}$ 和一至 N 级间的压力、流量的传递函数来决定。作者比较了体动脉阻抗和肺动脉阻抗(见图 2),发现体动脉床的去耦合特性较好,即波动功与平均功的比值较低(5%),而在肺动脉系统需要额外消耗 20—30% 的波动能量用于肺动脉床这种复

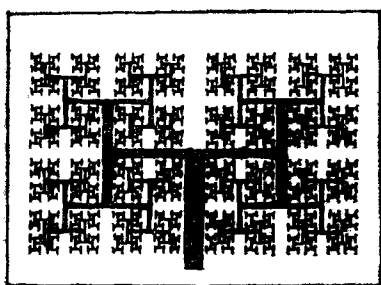


图1 肺动脉床的分形模型

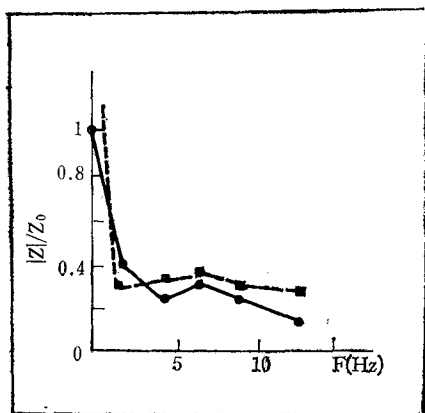


图2 肺动脉阻抗与体动脉阻抗的比较图

■ ---- 表示体动脉阻抗 ● —— 表示肺动脉阻抗

杂的组织。此去偶合和阻抗匹配的机制已在真实的肺动脉系统中得到证实。作者强调指出,为什么以往的研究者未能清楚揭示出这种机制,主要是他们忽略了血管系统的分形结构。

这个分形模型的进一步改进可从下列几点入手。考虑分支点的角度^[7];估计肺动脉床不对称性对传递函数和压力分布的影响;加入微血管模型,从而考虑气体交换、微血管功能、流动时间和毛细血管渗透压;研究重力、外壁压力的影响,非线性血流动力学和特性阻抗的控制;考虑心脏氧耗和微血管效率;等等。

2. 器官形成与分维

生物体中器官的形成是一个极其复杂的过程。对这样一个复杂问题,美国 Notre Dame 大学的 Hatlee 和 Kozak 采用 Mandelbrot 提出的分形、分维分析法,显示了在器官形成过程中空间扩展和维数之间的相互作用^[8]。一个较

熟悉的分形例子是由随机代换形成的轨迹。布朗运动(或完全随机流)的拓扑维数为 1,但由于这个运动实际在填充平面,所以其分形维数(或分维)为 2。

一般说来,分形维数的构造包括两步:收缩和再生。从定义出发,考虑一个单位平面多边形。在收缩阶段,设想单位多边形的长度分成了 $1/r$ 段,即使得每段的长度是 r 。在再生阶段,引入 N 个新段,使其介于单位多边形初始长度的两端点之间。通过对单位多边形的每边实行上述过程,可以得到新的分形维数:

$$D = \ln N / \ln(1/r)$$

这个过程可以再三重。Mandelbrot 指出,第 S 级将产生出结构上远远不同于初始单位多边形的分形和分形维数。

在器官形成中,相对于正常生长的分形,其优越性可以通过计算反应-扩散过程的相对效率来评价。Hatlee 和 Kozak 在分析了器官形成中空间扩展和维数的相互作用后指出,从反应-扩散过程的观点,器官形成的后期按照分形、分维方式生长更有效,也就是说,保持区域(或容积)不变,而增加边缘长度(表面区域),并使得反应点分布在系统边缘上。

3. 呼吸器官的分形性

Barenblatt 和 Monin 测量和分析了海洋动物的呼吸器官,结果显示呼吸器官的表面是分形表面,因为这个器官的吸入气体容量与它的面积无关(这面积是不确定的),而只与它的 Hausdorff 测量有关^[9]。分形表面是那些连续且具有相当破碎形式的表面。其面积按如下方式求得。设一内接多面体(例如,每一个面由边长为 η 的等边三角形组成),其所有面的总面积 S_η ,当 $\eta \rightarrow 0$ 时,并不趋向于有限的极限,事实上, S_η 按下列指数律趋于无穷:

$$S_\eta \sim \sigma \eta^{2-3k}, \quad N \eta^{3k} \rightarrow \sigma$$

这里, N 是内接多面体的面数;在一定范围内, σ 就是分形表面的 Hausdorff 测量,换句话说,这些几何物体的面积是无限的,而容积等于 0。一般,分形表面的分形维数 $n = 3k > 2$ 。

这类分形物体在上世纪末和本世纪初引起数学家高度兴趣,但大多数科学家都认为它们是数学的怪物,对自然科学毫无作用,直到本世纪六、七十年代,由于 Mandelbrot 的工作才改变了这种看法。

4. 神经元生长通路的分形、分维分析

美国西方储备大学神经生物学研究中心的 Katz 教授利用分形、分维方法定量分析了培养液中神经元轴突的生长过程,计算出 23 个神经元轴突的平均分形维数为 1.28 到 1.33,由此表明轴突趋向于直线生长^[10]。分形维数作为一个客观指标,它的确定可以使轴突直线生长相对特性化,从而定量评价不同的实验条件对轴突生长的内在趋势的影响。

Katz 认为细胞的生长通路属于一类复杂的生物模式,而分形也是一种复杂模式,它的自然维数——分维能用来使其形状特性化^[11]。平面曲线的分维 D 的一般形式是:

$$(length)^{1/D} = K(area)^{1/2}$$

这里, $length$ 表示曲线的总长度, $area$ 是曲线可能覆盖的最大面积, K 是常数。

在细胞生长通路中,完全直线生长是一维的 ($D = 1$),随机生长通路, $D \rightarrow 2$ 。于是得出三个规定:平面上的随机行走覆盖一个圆;合适的测量单位是平均步长;所选择区域的直线特性是圆的直径。由此得到下列方程:

$$(L/a)^{1/D} = (K/a)A^{1/2}$$

这里 L 是生长通路的总长度, a 是平均步长 ($a = L/n$, n 是总的步数), $K = 2/\sqrt{\pi}$, A 是由理想的随机行走所可能覆盖的圆的面积。

于是,细胞生长通路的分维计算如下:

$$D = \log(L/a) / \log[(K/a)A^{1/2}]$$

$$\text{或 } D = \log(n) / \log[(Kn/L)A^{1/2}]$$

$$= \frac{1}{\log[(K/L)A^{1/2}] / \log(n) + 1}$$

当生长通路是直线时, L 等于圆的直径, $D = 1$;

当生长通路随机时, L 近似等于 $\sqrt{n}$ 乘直径, $D = 2$ 。

在生物学上,分形、分维方法的一个直接应

用就是细胞和动物生长通路的分类。细胞或动物的运动通常是复杂过程的结果,即大量潜在机制相互作用的综合^[13],随机性起了重要作用。因此,生长通路给出的模式既复杂又可变。为了划分这种可变的复杂模式,人们需要对复杂性进行自然定量的测量,且能应用到个体模式上。为了比较这样一类模式(例如,实验干扰前后),人们需要采用标准统计学。而分形、分维的概念正好满足了生物学研究中的这两种需要。

三、分形、分维方法的前景

随着对分形、分维概念的进一步理解和认识,人们发现分形、分维的概念在很多领域中都是一个很有用的特征量。而且,分形、分维方法能够描绘和模拟出众多的自然现象。这一事实引出一个有意义的问题:难道说自然界存在着什么普遍规律,使得这么多自然现象都具有分形特性吗?现有证据表明,与其说是生物基因具体地确定了象肺部血管这样的复杂生物结构,还不如说基因仅仅包含着某种简单的公式,是这一公式被反反复复地重复着,从而形成肺部血管的那种枝状结构。

Mandelbrot 的分形理论已给自然科学家们提供了一种语言,一种描述事物的模式。这篇综述旨在唤起从事生物物理学研究的科学工作者利用分形、分维这个有效工具去探索生物体的奥秘,解决生物医学中的难题。

本文承蒙生化所徐京华教授审阅,谨致谢意。

参 考 文 献

- [1] Mandelbrot, B.: *Science*, **155**, 636, 1967.
- [2] Medioni, G. G. et al.: *Proceedings of the Workshop on Computer Vision Representation and Control*, Ed. 1, Computer Society, Annapolis, Maryland, 25, 1984.
- [3] Mcdermott, J.: *Smithsonian*, **14**(9), 110, 1983.
- [4] Mandelbrot, B.: *Fractals: Form, Chance, and Dimension*, Ed. 1, W. H. Freeman and Company, San Francisco, 331, 1977.
- [5] Mandelbrot, B.: *Fractal Geometry of Nature*, Ed. 1, W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1983.
- [6] Lefevre, J.: *J. Theor. Biol.*, **102**, 225, 1983.
- [7] Zamir, M.: *J. Theor. Biol.*, **62**, 227, 1976.

- [8] Hatlee, M. D. & Kozak, J. J.: *Proc Natl. Acad. Sci. USA*, **78**, 972, 1981.
- [9] Barenblatt, G. I. & Monin, A. S.: *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **80**, 3540, 1983.
- [10] Katz, M. J.: *J. Neuroscience*, **5**, 589, 1985.
- [11] Katz, M. J. et al.: *Bull. Math. Biol.*, **2**, 273, 1985.

- [12] Peterson, S. C. et al.: *Biophys. J.*, **12**, 1048, 1972.
- [13] Trinkaus, J. P.: *Cells Into Organs*, Ed. 2, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 179, 1984.

[本文于 1986 年 7 月 15 日收到]

科技消息

一种新颖的离心逆流色谱仪

由 Voichiro Ito 首次提出并发展的 Ito 式逆流色谱技术和一般液相色谱技术比较,除有连续采样和检测的共同特点外,还有其独特之点,即 Ito 型色谱仪是不用固体支持物(填充剂)的液相柱层析,其螺旋毛细管相当于层析(色谱)柱。由于填充剂上的样品不会损失,该技术可得到重复性和纯度均好的组分分离。Ito 型色谱仪已在美国少数实验室使用,并由美国 P.C.INC. 公司生产出简单型产品。我国由北京市新技术应用研究所研制,已在若干实验室使用。

Ito 型色谱仪只能在专用“行星”离心机上实现,若在任一商品实验室离心机上实现,一定要设法采用“行星”传动。因此, Ito 型色谱仪的进一步推广使用受到了复杂机械结构的限制。

我们基于螺旋毛细管中液体在离心场作用下沿其流向受变化的离心力是逆流色谱分离的必需条件这一观点,设计了新的离心逆流色谱仪。它具有沿周边绕有螺旋毛细管的转子,它

和普通离心机转子一样绕其中心作旋转运动,采用端面旋转密封而不采用“行星”传动。从而,不仅保持了 Ito 型逆流色谱仪的实质,而且大大简化了其机械结构。该系统不仅可在专用离心机上运转,还可在普通实验室离心机上运转(对原离心机只配制一个盖子即可),宜于推广使用。

本仪器对已有离心机和液相色谱仪(或紫外检测系统)的实验室,只需订作色谱仪转子即可提供一个价廉而新的分析和制备手段。

作者用该仪器试分离了国产制霉菌素(Nystatin),其分离效果与用进口 HPLC 分离结果基本相同。该技术可用于分离氨基酸、胰岛素,肽,嘌呤,嘧啶,多核苷酸,植物激素,抗生素,中草药成分和细胞等。

[中国科学院生物物理研究所 金绿松, 李西宁*,
张颖, 田兆全 *北京市新技术应用研究所]

消息

《中国生物学文摘》创刊

《中国生物学文摘》(季刊)将于 1987 年二月创刊,每逢二、五、八、十一月中旬出版。

该刊由中国科学院生物学文献情报网主办、中国科学院文献情报中心和中国科学院上海图书馆联合出版。是国家科委批准的中国生物学文献检索期刊。

主要内容是报道我国生物科学领域的文献信息。学科范围及普通生物学、细胞学、遗传学、生理学、生物化学、生物物理学、分子生物学、生态学、古生物学、病毒学、微生物学、免疫学、植物学、动物学、昆虫学、人类学、生物工程、药理学以及生物学交叉学科与相关科

学技术领域。收录文献源,目前以国内期刊为主,以后将渐及专著、会议录和学位论文等文献类型。

条文著录按国家标准执行,分类采用《中国图书资料分类法》。每期刊末附有著者索引和分类索引。对从事生物学、医学和农业科学等方面的科研工作者、工程技术人员以及有关教学人员查找我国生物科学文献,可提供很大方便。需订购者,可与上海市岳阳路 319 号中国科学院上海图书馆《中国生物学文摘》编辑部联系。

[生物物理研究所 李聿]