



简明生物统计方法

王 广 仪

(吉林医科大学)

第二讲 计数资料的统计推断方法(下)

(二)三个以上样本百分率差异显著性测验

方法

三个以上样本百分率的差异显著性测验结果,如 $P < 0.05$, 差异显著时,只说明这些个样本百分率所代表的总体百分率之间有一定的差异;至于说是哪两个之间有明显差异?尚需分别两两加以测验,然后才能判定。

例 2-5 某院用冠心二号方治疗心绞痛患者,其一、二、三个疗程的有效率见表 2-2;问不同疗程的有效率有无明显差别?

表 2-2 冠心二号对心绞痛患者的疗效

疗 程	治疗例数	有效例数	有效率(%)
一个疗程	110	82	74.5
二个疗程	150	130	86.7
三个疗程	63	56	88.9

表 2-3 例 2-5 的 2×3 表

疗 程	有 效 例 数 (n_{i1})	无 效 例 数 (n_{i2})	合 计 ($n_{i1} + n_{i2}$)	有 效 率 ($\hat{p}_{i1} = \frac{n_{i1}}{n_{i1} + n_{i2}}$)	$n_{i1}\hat{p}_{i1}$
一个疗程	82	28	110	0.7455	61.1273
二个疗程	130	20	150	0.8667	112.6667
三个疗程	56	7	63	0.8889	49.7778
合 计	268	55	323	$\hat{p} = 0.8297^*$	223.5718

$$* \hat{p} = \sum_i n_{i1} / \sum_i (n_{i1} + n_{i2}) = \frac{268}{323}$$

表 2-4 例 2-5 样本百分率差异显著性顺序测验法用表

疗 程	有 效 例 数 (n_{i1})	无 效 例 数 (n_{i2})	合 计 ($n_{i1} + n_{i2}$)	累 计	平 均 顺 序 号 ($\bar{R}_i$)	$n_{i2}\bar{R}_i$
一个疗程	82	28	110	110	$(1+110)/2=55.5$	1,554
二个疗程	130	20	150	260	$(111+260)/2=185.5$	3,710
三个疗程	56	7	63	323	$(261+323)/2=292$	2,044
合 计	268 ($n_{.1}$)	55 ($n_{.2}$)	323 (n)	—	—	7,308* ($R_{.2}$)

* $\sum n_{i2}\bar{R}_i = 7,308$ 用 $R_{.2}$ 表示

1. $2 \times K$ 表 χ^2 测验法

本例为 2×3 表,列出如表 2-3。

把表 2-3 中有关数据代入专用公式:

$$\chi^2 = \frac{\sum n_{i1}\hat{p}_{i1} - \hat{p}\sum n_{i1}}{\hat{p}(1 - \hat{p})} \quad (2.10)$$

$$df = (2 - 1)(K - 1)$$

则有

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \frac{223.5718 - 0.8297 \times 268}{0.8297(1 - 0.8297)} \\ &= 8.58 \end{aligned}$$

查 $df = (2 - 1)(3 - 1) = 2$ 的 χ^2 表^[3],得 $\chi^2_{0.05}(df=2) = 5.99$, 它小于 $\chi^2 = 8.58$, $P < 0.05$, 故结论:不同疗程的有效率有明显差异。

2. 顺序测验法

仍用例 2-5 说明。从疗程的长短来看,一、二、三个疗程之间成自然顺序。顺序测验法即是通过有效者和无效者按疗程长短排列的顺序,测验其疗效与疗程的长短是否有关?具体方法如下。

(1) 求出“有效者”与“无效者”按一、二、三个疗程排列的顺序号合计(用 $R_{.j}$ 表示),见表 2-4。

(2) 根据 $n_{.1} = \sum n_{i1} = 55$, $n = \sum (n_{i1} + n_{i2}) = 323$, 查“顺序测验数值表”^[1], 即可判定显著性测验结果。

或者, 将有关数据代入下列公式

$$u = \frac{|R_{.j} - E(R_{.j})|}{\sqrt{V(R_{.j})}}, \quad (j = 1, 2) \quad (2.11)$$

式中,

$$E(R_{.j}) = \frac{(n+1)}{2} n_{.j}, \quad (j = 1, 2)$$

$$V(R_{.j}) = \frac{E(R_{.j})(n - n_{.j})}{6}, \quad (j = 1, 2)$$

于是得:

$$E(R_{.1}) = \frac{323+1}{2} \times 55 = 8,910$$

$$\sqrt{V(R_{.1})} = \sqrt{\frac{8,910(323-55)}{6}} = 630.8$$

$$u = \frac{|7,308 - 8,910|}{630.8} = 2.54$$

$u = 2.54$ 大于 $u_{0.05} = 1.96^*$, $P < 0.05$, 差异显著。故可结论: 疗效与疗程长短有关; 疗程长, 有效率也高。

用顺序测验法测验差异显著性时, 如果样本百分率之间原无顺序性, 则需先将样本百分率按大小顺序排列, 然后再进行测验。举例如下。

例 2-6 不同职业人群的肝炎相关抗原(H. A. A)阳性率如表 2-5 所示; 问这四类人员 H. A. A 阳性率之间有无明显差异?

表 2-5 H. A. A 阳性率

职业	人数	H. A. A 阳性人数	%
工人	2150	101	4.70
农民	980	17	1.74
学生	810	28	3.46
其他	910	30	3.30
合计	4850	176	3.63

本例无顺序性可循, 需先按样本百分率大小顺序重新列表, 见表 2-6。

表 2-6 例 2-6 样本百分率差异显著性顺序测验法用表

职业	H. A. A 阳性人数 (n_{i1})	H. A. A 阴性人数 (n_{i2})	合计 ($n_{i1} + n_{i2}$)	累计	平均顺序号 ($\bar{R}_i$)	$n_i \bar{R}_i$	$n_i \bar{R}_i^*$
工人	101	2,049	2,150	2,150	(1+2,150)/2 = 1,075.5	108,625.5	2,203,699.5
学生	28	782	810	2,960	(2,151+2,960)/2 = 2,555.5	71,554.0	1,998,401.0
其他	30	880	910	3,870	(2,961+3,870)/2 = 3,415.5	102,465.0	3,005,640.0
农民	17	963	980	4,850	(3,871+4,850)/2 = 4,360.5	74,128.5	4,199,161.5
合计	176 ($n_{.1}$)	4,674 ($n_{.2}$)	4,850 (n)	—	—	356,773 ($R_{.1}$)	11,406,902 ($R_{.2}$)

* 同时算出 $n_i \bar{R}_i$ 是为了验证, 因: $R_{.1} + R_{.2} = n(n+1)/2$, 即 $356,773 + 11,406,902 = 4,850(4,850+1)/2$

* 查 t 分布表 $df \rightarrow \infty$ 项, 见参考资料[2]第 217 页

** 查 t 分布表 $df \rightarrow \infty$ 项, 见参考资料[2]

于是, 依前例方法可得:

$$E(R_{.1}) = \frac{(4,850+1)176}{2} = 426,888$$

$$\sqrt{V(R_{.1})} = \sqrt{\frac{426,888(4,850-176)}{6}}$$

$$= 18,235.8$$

$$u = \frac{|356,773 - 426,888|}{18,235.8} = 3.84$$

所得 u 值 3.84 大于 $u_{0.01} = 2.58^{**}$, $P < 0.01$, 因此结论是这四类人员的 H. A. A 阳性率差异非常显著。

例 2-6 用 $2 \times K$ 表 χ^2 测验法得到的结果是: $\chi^2 = 17.15$, 它大于 $\chi^2_{0.01(df=3)} = 11.34^{[3]}$, $P < 0.01$, 结论同上。

(三) 两列样本百分率的差异显著性测验

所谓“两列样本百分率”(或称“两列构成百分比”), 可分为有顺序性的和无顺序性的两种情况。

例 2-7 某药对单纯型和喘息型慢性气管炎的疗效如表 2-7 所示; 问其疗效有无显著差异?

表 2-7 某药对慢性气管炎的疗效

治疗效果	单纯型		喘息型	
	例数	%	例数	%
临床治愈	5	20.0	1	5.6
显效	8	32.0	4	22.2
好转	10	40.0	7	38.9
无效	2	8.0	6	33.3
合计	25	100.0	18	100.0

本例属于有顺序性(治疗效果的分配有顺序性)的情况, 不适合用 $2 \times K$ 表 χ^2 测验法, 而适合用“顺序测验法”、“比的顺序测验法”^[5] (A test of order in proportions) 或“Ridit 分析法”^[6] 等进行差异显著性测验。

1. 顺序测验法

两列百分率和多个样本百分率的顺序测验法相同。先据给定数据列出顺序测验法用表, 见表 2-8。

表 2-8 例 2-7 两列样本百分率差异显著性顺序测验法用表

治 疗 效 果	单 纯 型 (n_{11})	喘 息 型 (n_{12})	合 计	累 计	平均顺序号 ($\bar{R}_i$)	$n_{i2}\bar{R}_i$
临床治愈	5	1	6	6	3.5	3.5
显 效	8	4	12	18	12.5	50.0
好 转	10	7	17	35	27.0	189.0
无 效	2	6	8	43	39.5	237.0
合 计	25 ($n_{.1}$)	18 ($n_{.2}$)	43 (n)	—	—	479.5 ($R_{.2}$)

表 2-9 例 2-7 比的顺序测验法用表之一

项 目	临 床 治 愈	显 效	好 转	无 效	合 计
单 纯 型	5	8	10	2	25
喘 息 型	1	4	7	6	18
合 计	6	12	17	8	43
喘息型治疗效果所占% 及 与合计项%之差	16.66 -25.20	33.33 -8.53	41.17 -0.69	75.00 33.14	41.86
划 定 等 级 各等级与总平均等级*之差	2 1.6279	1 0.6279	0 -0.3721	-1 -1.3721	

$$* \text{ 总平均等级} = \frac{6 \times 2 + 12 \times 1 + 17 \times 0 + 8 \times (-1)}{43} = 0.3721$$

表 2-10 例 2-7 比的顺序测验法用表之二

项 目	a	b	c	abc	b^2	ab^2
临床治愈	6	1.6279	-25.20	-246.14	2.65	15.90
显 效	12	0.6279	-8.53	-64.27	0.39	4.73
好 转	17	-0.3721	-0.69	4.37	0.14	2.35
无 效	8	-1.3721	33.14	-363.77	1.88	15.06
合 计	43	—	—	-669.82	—	38.04

因已制出“顺序测验数值表”^[4],只要得出 $R_{.2}$ 即可直接查表判定显著性测验结果。如本例 $R_{.2} = 479.5$, $n_{.2} = 18$, $n = 43$ 时, $P = 0.05$ 的 $R_{.2}$ 界限值 [用 $R_{.2; 0.05(L)}$ 及 $R_{.2; 0.05(u)}$ 分别表示界限值的下、上限] 为: $R_{.2; 0.05(L)} = 316$; $R_{.2; 0.05(u)} = 476$ 。 $R_{.2}$ 的值大于 $R_{.2; 0.05(u)}$, 相当于 u 值大于 $u_{0.05} = 1.96$, 差异显著;同理还说明“喘息型”的疗效顺序号排在后边,而按“临床治愈”、“显效”……排列顺序,显然越排在后边者疗效越差。故结论:某药对两型气管炎的疗效有明显差异;对“单纯型”的疗效高于“喘息型”的。

2. 比的顺序测验法

(1) 首先根据表 2-7 的数据计算出表 2-9。

(2) 再根据表 2-9 的数据计算出表 2-10。

(3) 算出 χ^2 值,判定测验结果

$$\chi^2 = \frac{(-669.82)^2}{38.04 \times 41.86(100 - 41.86)} = 4.85$$

所得 χ^2 值大于 $\chi_{0.05}^2(df=1) = 3.841^{[13]}$, $P < 0.05$, 差异显著,结论同上。

3. Ridit 分析法

所得结论同上,方法从略。

例 2-8 急性和慢性白血病患者的血型分类如表 2-11 所示;问急、慢性白血病的血型分类有无显著差

表 2-11 白血病血型分类

血 型	急 性		慢 性	
	例 数	%	例 数	%
O	59	32.1	33	29.7
A	58	31.5	43	38.8
B	49	26.6	27	24.3
AB	18	9.8	8	7.2
合 计	184	100.0	111	100.0

异?

本例属于无顺序性(血型分配无顺序性)的情况,适用用 $2 \times K$ 表 χ^2 测验法。按照式(2.10)计算的结果为: $\chi^2 = 1.58$, 它小于 $\chi^2_{0.05}(df=3) = 7.815^{[1]}$, $P > 0.05$, 差异不显著。结论是急、慢性白血病的血型分类尚不能认为有明显差异。

表 2-12 例 2-8 顺序测验法用表

血 型	急性白血病 (n_{1i})	慢性白血病 (n_{2i})	合 计
A	58	43	101
O	59	33	92
B	49	27	76
AB	18	8	26
合 计	184 ($n_{.1}$)	111 ($n_{.2}$)	295 (n)

本例如用顺序测验法,则需先按急型(或慢型)白血病在两型中所占百分率的大小顺序列表(见表 2-12),然后再进行测验。根据表 2-12 算得结果如下:

$$E(R_{.2}) = 16,428$$

$$\sqrt{V(R_{.2})} = 709.78$$

$$u = \frac{|15,331 - 16,428|}{709.78} = 1.546$$

所得 u 值小于 $u_{0.05} = 1.96$, $P > 0.05$, 结论同上。

本例不适合用 Ridit 分析法。

(四)多列样本百分率差异显著性测验

例 2-9 各种取穴方法的针麻效果出示于表 2-13;

表 2-13 各种取穴方法的针麻效果*

针 麻 效 果	颞 髁 穴		颞 髁 + 体 穴		体 穴		耳穴或耳穴+体穴	
	例 数	%	例 数	%	例 数	%	例 数	%
优	31	57.4	37	35.2	81	22.1	27	29.0
良	12	22.2	33	31.4	153	41.7	32	34.4
尚 可	9	16.7	34	32.4	120	32.7	27	29.0
失 败	2	3.7	1	1.0	13	3.5	7	7.6
合 计	54	100.0	105	100.0	367	100.0	93	100.0

* 见《中华医学杂志》, 1973, (2), 72 页

表 2-14 例 2-9 多列样本百分率差异显著性顺序测验法用表

针麻效果	颞髁穴 (n_{1i})	颞髁+ 体穴 (n_{12})	体 穴 (n_{13})	耳穴或耳 穴+体穴 (n_{14})	合 计 ($\sum_i n_{ij}$)	累 计	平均序号 ($\bar{R}_i$)	$n_{11}\bar{R}_i$	$n_{12}\bar{R}_i$	$n_{13}\bar{R}_i$	$n_{14}\bar{R}_i$
优	31	37	81	27	176	176	88.5	2,743.5	3,274.5	7,168.5	2,389.5
良	12	33	153	32	230	406	291.5	3,498.0	9,619.5	44,599.5	9,328.0
尚可	9	34	120	27	190	596	501.5	4,513.5	17,051.0	60,180.0	13,540.5
失败	2	1	13	7	23	619	608	1,216.0	608.0	7,904.0	4,256.0
合计	54	105	367	93	619 (n)	—	—	11,971.0 ($R_{.1}$)	30,553.0 ($R_{.2}$)	119,852.0 ($R_{.3}$)	29,514.0 ($R_{.4}$)

问各种取穴方法的针麻效果有无明显差异?

本例属于有顺序性的情况,宜用顺序测验法(或 Ridit 分析法)。

多列样本百分率和两列样本百分率差异显著性的顺序测验法手续基本上相同。对于本例,需先算出各列“例数”按“优,良,尚可,失败”统一排列的顺序号合计(用 $R_{.1}, R_{.2}, \dots, R_{.k}$ 表示),见表 2-14。

列表 2-14 后,可由“顺序测验数值表”^[1] 查出 $R_{.1}, R_{.2}, R_{.3}, R_{.4}$ 的 $P = 0.05$ (或 0.01) 的界限值,据以判定测验结果。

或者,也可按下列公式算出 $P = 0.05$ (或 0.01) 的 $R_{.j} (j = 1, 2, 3, 4)$ 界限值:

$$E(R_{.j}) \pm t_{0.05} \sqrt{V(R_{.j})} \quad (2.12)$$

或

$$E(R_{.j}) \pm t_{0.01} \sqrt{V(R_{.j})} \quad (2.13)$$

式中,

$$E(R_{.j}) = \frac{n+1}{2} \sum_i n_{ij}, \quad (j = 1, 2, \dots, k)$$

$$V(R_{.j}) = \frac{E(R_{.j}) \left(n - \sum_i n_{ij} \right)}{6}, \quad (j = 1, 2, \dots, k)$$

$t_{0.05}$ (或 $t_{0.01}$) 为多变量 t 值,见表 2-15。

本例 $k = 4$, $t_{0.05} = 2.35$, 据式 (2.12) 算得:

$$E(R_{.1}) = \frac{(619 + 1)54}{2} = 16,740,$$

表 2-15 k 组多变量 t 值表
(k 包括对照组, 自由度 $\rightarrow \infty$)

k	$t_{0.05}$	$t_{0.01}$
2	1.96	2.58
3	2.11	2.79
4	2.35	2.92
5	2.44	3.00
6	2.51	3.06
7	2.57	3.11
8	2.61	3.15
9	2.65	3.19
10	2.69	3.22

$$\sqrt{V(R_{\cdot 1})} = \sqrt{\frac{16,740(619 - 54)}{6}} = 1,255.5,$$

$$E(R_{\cdot 1}) \mp t_{0.05} \sqrt{V(R_{\cdot 1})} = 16,740 \mp 2.35 \times 1,255.5 \\ = 13,789, \\ 19,691,$$

即

$$R_{\cdot 1; 0.05(L)} = 13,789$$

仿此可算出:

$$E(R_{\cdot 2}) = 32,550, \\ \sqrt{V(R_{\cdot 2})} = 1,669.8, \\ E(R_{\cdot 2}) \mp t_{0.05} \sqrt{V(R_{\cdot 2})} = \frac{28,625}{36,474},$$

即

$$R_{\cdot 2; 0.05(L)} = 28,625 \\ E(R_{\cdot 3}) = 113,770, \\ \sqrt{V(R_{\cdot 3})} = 2,185.9, \\ E(R_{\cdot 3}) \mp t_{0.05} \sqrt{V(R_{\cdot 3})} = \frac{108,663}{118,907},$$

即

$$R_{\cdot 3; 0.05(u)} = 118,907$$

$$E(R_{\cdot 4}) = 28,830,$$

$$\sqrt{V(R_{\cdot 4})} = 1,589.8,$$

$$E(R_{\cdot 4}) \mp t_{0.05} \sqrt{V(R_{\cdot 4})} = \frac{25,093}{32,566},$$

即

$$R_{\cdot 4; 0.05(L)} = 25,093$$

$R_{\cdot 1}, R_{\cdot 2}, R_{\cdot 3}$ 和 $R_{\cdot 4}$ 已在表 2-14 中算出, 于是有:

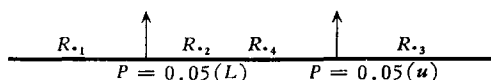
$$R_{\cdot 1} < R_{\cdot 1; 0.05(L)}, P < 0.05;$$

$$R_{\cdot 2} > R_{\cdot 2; 0.05(L)}, P > 0.05;$$

$$R_{\cdot 3} > R_{\cdot 3; 0.05(u)}, P < 0.05;$$

$$R_{\cdot 4} > R_{\cdot 4; 0.05(L)}, P > 0.05$$

将以上测验结果图示如下:



结论: 四种取穴方法的针麻效果有显著差异; 以颞髁穴的效果最好, 颞髁穴加体穴, 耳穴或耳穴加体穴效果居中, 而以体穴的效果为最差。

关于无顺序性的多列样本百分率差异显著性测验, 宜用 $R \times C$ 表 χ^2 测验法, 可参阅一般的统计方法书^[3], 本文从略。

参 考 资 料

- [1] 吉林医科大学: 医学统计方法讲义, 1966。
- [2] 中国科学院数学研究所统计组: 常用数理统计方法, 科学出版社, 1973。
- [3] Steel, R. G. D., Torrie, J. H.: Principles and procedures of statistics, 1960。
- [4] 王广仪等: 实用生物统计方法手册, 待出版。
- [5] Hill, A. B.: Principles of medical statistics, 7th ed., 1961。
- [6] Bross, I. D. J.: How to use Riddit analysis, *Biometrics*, 14, 18, 1958。

(待 续)

1974 年第 4 期 勘 误 表

页	行	误	正
封 2	倒 4	(3,5'-)环磷酸	(3',5'-)环磷酸
14	倒 11	Poly C. 寡	Poly. 寡
14	倒 14	详见三、(七)	详见三、(六)
16	4	共价结不构变	共价结构不变
封 4	图 题	补偿式	补偿式
总目录	12	(4.1)	(4.2)
总目录 (2)	4	脱气腺嘌呤	脱氧腺嘌呤
总目录 (2)	倒 4	核糖	核糖核酸 (RNA)