

30, 79, 1971.

[8] Douling, J. E. and Ripps, H.: *Nature*, **242**, 101, 1973.

[9] Dachenx. R. F. and Miller, R. F.: *Science*,

191, 963, 1976.

[10] Waloga, G. and Pak, W. L.: *Ibid*, **191**, 964, 1976.

[本文于1978年4月22日收到]

北京萤火虫 (*Pyrococelia pekinensis*) 复眼晶体柱的光学特性

中国科学院生物物理研究所
昆虫复眼光学信息加工组

摘 要

1. 北京萤火虫 (*Pyrococelia pekinensis*) 的复眼由四千多个小眼组成, 每个小眼的屈光系统由角膜晶体和晶锥构成, 二者总称为晶体柱。晶体柱是一个变折射率的锥状单元, 轴上折射率高, 边缘折射率低。每个晶体柱的薄切片都能聚光, 并形成倒像; 整个晶体柱具有弯曲光线的的能力, 在其后方形成正像, 在晶体柱阵列之后可形成较大的正立综合像。

2. 在生物原型实验的基础上, 提出了变折射率锥状单元的几何光学。锥状单元主点的位置, 随长度不同而改变, 当锥状单元长度变化时, 可以形成实像、虚像、正像、倒像等, 通常的高斯公式和牛顿公式仍然适用。

一、前 言

根据对节肢动物复眼的研究, Exner^[1](1891) 认为每个小眼的屈光作用不仅是因为角膜表面与晶锥顶端是曲面, 而且在于它的折射率是变化的, 其轴上折射率高, 边缘折射率低。Exner把角膜晶体与晶锥的总体称为晶体柱 (Linsency-Linder)。K. Hausen^[2,3] (1973) 对蛾 *Ephestia Kühniella* (Lepidoptera) 复眼晶体柱的折射率分布进行了测量, 认为折射率值从轴到边缘近似地随着离轴距离的平方递减, 晶锥的切片有聚光能力, 可以成像。

为了进一步说明晶体柱的光学特性, 我们

以北京萤火虫为材料, 用组织学和实验光学的方法, 对其晶体柱的光学特性进行了研究, 并用数学方法描述了晶体柱内的光线轨迹以及它的几何光学。

二、生物原型实验

实验材料为北京萤火虫(以下简称萤火虫), 它是一种夜行性昆虫。其复眼由四千多个小眼组成, 整个复眼呈半球形, 直径约为 2 毫米。

1. 组织学研究

采集的萤火虫经暗适应后放入 75% 酒精中固定、保存, 复眼经石蜡包埋、切片(厚 7 微米)、苏木精-伊红(H. E)染色, 在光学显微镜下观察。萤火虫复眼每个小眼的光感受器是由折光器、感光器和隔光器三部分组成。小眼的折光器就是它成像的光学系统, 由角膜晶体和晶锥构成, 二者紧密地结合在一起称为晶体柱。角膜晶体的外表面呈正六边形, 直径约 25 微米, 厚约 22 微米, 晶体柱总长约 100 微米(见封二图 1, 2)。

2. 干涉显微镜的研究

剥制暗适应萤火虫复眼的折光器, 用半导体冰冻切片刀分别做厚度为 7 微米的纵切片和横切片, 用 Cooke-A. E. I 干涉显微镜观察和测量晶体柱的折射率分布。其纵切面的等折射率线为套杯状的干涉环, 呈轴对称分布(见封二图 3)。在晶体柱的横切面上, 其等折射率线为同心圆状的干涉环, 中心折射率高, 约为 1.52,

边缘折射率低,约为 1.35 (见封二图 4)。

3. 实验光学的研究

将剥制暗适应萤火虫复眼的折光器,置于去掉聚光镜的显微镜载物台上,聚光镜位置上放目标(字母 C),角膜晶体的表面朝向目标。当显微镜聚焦在晶锥内部的某个位置时,可以观察到目标的小倒像;将显微镜向上聚焦到晶锥的末端时,可以观察到每个晶锥末端形成目标的小正像;再将显微镜向上聚焦到晶体柱阵列之后的某个位置时(距离角膜表面约为 400 微米),可以观察到由晶体柱阵列形成较大正立的综合实像(见封二图 5)。

用萤火虫晶体柱的横切片进行成像观察,可以看到不同厚度的横切片都可成像,而薄的横切片形成倒立的实像(见封二图 6)。

三、锥状单元中的光线轨迹

根据生物原型实验可知,萤火虫晶体柱是一个折射率变化的锥状单元,其轴上折射率高,边缘折射率低;晶体柱具有与柱状自聚焦纤维相似的光学性能,晶体柱的薄片(两端为平面)可成小倒像,在晶体柱内部光线发生弯曲,根据不同条件可以形成正像、倒像、实像和虚像。它与柱状自聚焦纤维不同之处,在于它是一个锥状的光学元件。下面我们用数学方法来描述萤火虫晶体柱中的光线轨迹。

我们假设在锥状单元的子午平面($z-x$)上折射率分布为:

$$N(z, x) = N_0 \left[1 - \frac{1}{2} A \frac{x^2}{\left(1 - \frac{k}{r_1} z\right)^2} \right] \quad (1)$$

$$0 \leq z \leq z_0$$

式中, k 为锥状单元的锥度, $k = \frac{r_1 - r_2}{z_0}$;

r_1 、 r_2 分别为锥状单元前后端面的半径;

z_0 为锥状单元的长度;

A 是一个与材料有关的折射率分布常数;
 N_0 是轴上折射率,为一常数。

在子午平面($z-x$)上,对于折射率连续变化的介质,光线的一般方程为^[4]:

$$\left[1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 \right] \left(\frac{\partial n}{\partial x} - \frac{dx}{dz} \frac{\partial n}{\partial z} \right) = n(z, x) \frac{d^2 x}{dz^2} \quad (2)$$

考虑近轴条件 $\left(\frac{dx}{dz} \right)^2 \ll 1$, 因此(2)式成

为:

$$\frac{\partial n}{\partial x} - \frac{dx}{dz} \frac{\partial n}{\partial z} = n(z, x) \frac{d^2 x}{dz^2} \quad (3)$$

利用(1)式可以求出 $\frac{\partial n}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial n}{\partial z}$ 。经简化后,

方程(3)成为:

$$\frac{d^2 x}{dz^2} + \frac{A}{\left(1 - \frac{k}{r_1} z\right)^2} x = 0 \quad (4)$$

边界条件:

$$\begin{cases} x(z) \Big|_{z=0} = x_1 \\ \frac{dx(z)}{dz} \Big|_{z=0} = p_1 \end{cases}$$

解微分方程式(4),应用边界条件可得(见附录 1):

$$\begin{cases} x_2(z) = x_1 \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z} \cos \theta \\ - p_1 \frac{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z}}{\sqrt{A}} \sin \theta \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} p_2(z) = x_1 \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z}} \sin \theta \\ + p_1 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z}} \cos \theta \end{cases} \quad (6)$$

(5)式为锥状单元中的光线轨迹方程,(6)式为锥状单元中的光线斜率方程。在(5)、(6)二式中, x_1 为光线进入锥状单元时的位置, p_1 为光线进入锥状单元后的瞬时斜率, $\theta =$

$\sqrt{A} \frac{r_1}{k} \ln \left(1 - \frac{k}{r_1} z \right)$ (见图 7)。

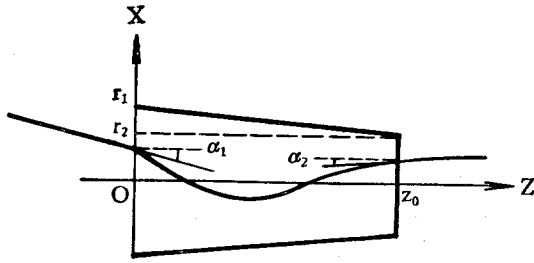


图7 晶体柱模型

出发,经过入瞳面与光轴的交点 O , 进入锥状单元。物空间和像空间为均匀介质, 折射率值分别为 n_1 、 n_2 (见图8)。

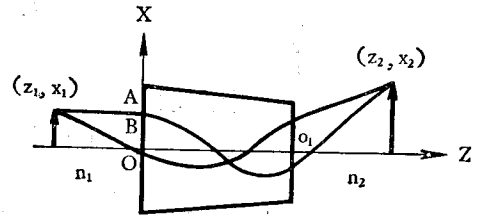


图8 物像关系

四、锥状单元的几何光学

我们从高斯光学的观点来考虑, 由近轴点 (z_1, x_1) 发出的两条特殊光线 A 、 B 。光线 A 平行于光轴进入锥状单元, 光线 B 由点 (z_1, x_1)

利用(6)、(7)式, 可以得到在 $z < 0$, $0 \leq z \leq z_0$, $z > z_0$ 三个不同区域中光线的轨迹与斜率, 列于下表。

其中, $z > z_0$ 时, 座标原点取在出瞳面与光轴

表: 在三个不同区域中光线的轨迹与斜率

	$z < 0$	$0 \leq z \leq z_0$	$z > z_0$
$x_A(z)$	x_1	$X_A(z) \equiv \sqrt{1 - \frac{k}{r_1}} z x_1 \cos \theta$	$X_A(z_0) + z \frac{n_0}{n_2} m_A(z)$
$x_B(z)$	$\frac{x_1}{z_1} z$	$X_B(z) \equiv -\frac{n_1}{n_0} \frac{x_1}{z_1} \frac{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1}} z}{\sqrt{A}} \sin \theta$	$X_B(z_0) + z \frac{n_0}{n_2} m_B(z)$
$p_A(z) \equiv \frac{dx_A}{dz}$	0	$m_A(z) \equiv \frac{x_1}{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1}} z} \sqrt{A} \sin \theta$	$\frac{n_0}{n_2} m_A(z)$
$p_B(z) \equiv \frac{dx_B}{dz}$	$\frac{x_1}{z_1}$	$m_B(z) \equiv \frac{n_1}{n_0} \frac{x_1}{z_1} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1}} z} \cos \theta$	$\frac{n_0}{n_2} m_B(z)$

的交点 O_1 。在 $z < 0$ 、 $z > z_0$ 区域中, 光线轨迹为直线, 光线到达锥状单元入瞳面和离开出瞳面时, 分别用一次折射定律求其斜率。根据

$X_A(z)$ 与 $X_B(z)$ 的轨迹, 我们可以求得像点的位置, 像点 (z_2, x_2) 的座标可用物点 (z_1, x_1) 的座标来表示 (见附录 II):

$$\begin{cases} z_2(z_1, x_1) = -\frac{n_2}{n_0} \frac{\left(1 - \frac{k}{r_1} z_0\right) \left(\frac{n_1}{n_0} \frac{\sin \theta_0}{z_1 \sqrt{A}} + \cos \theta_0\right)}{\sqrt{A} \sin \theta_0 - \frac{n_1 \cos \theta_0}{n_0 z_1}} \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} x_2(z_1, x_1) = -x_1 \frac{n_1}{n_0 z_1} \frac{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1}} z_0}{\sqrt{A} \sin \theta_0 - \frac{n_1 \cos \theta_0}{n_0 z_1}} \end{cases} \quad (8)$$

物点 (z_1, x_1) 的座标亦可用像点 (z_2, x_2) 的座标来表示:

$$\begin{cases} z_1(z_2, x_2) = \frac{z_2 \frac{n_1}{n_2} \cos \theta_0 - \frac{n_1}{n_0} \frac{\sin \theta_0}{\sqrt{A}} \left(1 - \frac{k}{r_1} z_0\right)}{\left(1 - \frac{k}{r_1} z_0\right) \cos \theta_0 + z_2 \frac{n_0}{n_2} \sqrt{A} \sin \theta_0} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} x_1(z_2, x_2) = \frac{x_2 \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0}}{\left(1 - \frac{k}{r_1} z_0\right) \cdot \cos \theta_0 + z_2 \frac{n_0}{n_2} \sqrt{A} \sin \theta_0} \end{cases} \quad (10)$$

上式中,我们记 $\theta_0 \equiv \theta \Big|_{z=z_0} = \sqrt{A} \frac{r_1}{k} \ln \left(1 - \frac{k}{r_1} z_0\right)$, 横向放大率

$$\begin{aligned} M_t &= -\frac{n_1}{n_0} \frac{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0}}{z_1 \sqrt{A} \sin \theta_0 - \frac{n_1}{n_0} \cos \theta_0} \\ &= \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0} \cos \theta_0 \\ &\quad + z_2 \frac{n_0}{n_2} \frac{\sqrt{A} \sin \theta_0}{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0}} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{纵向放大率 } M_c = \frac{n_2}{n_1} M_t^2 \quad (12)$$

$$\text{角放大率 } M_a = \frac{M_t}{M_c} = \frac{n_1}{n_2} \frac{1}{M_t} \quad (13)$$

由(7)–(13)式,根据各主点的定义,我们可以分别求出它们的位置,并证明高斯公式、牛顿公式仍适用。

焦点 F :

第一焦点 $F_1 \equiv \lim_{z_1 \rightarrow \infty} z_1(z_2)$:

$$F_1 = \frac{n_1}{n_0} \frac{1}{\sqrt{A}} \operatorname{ctg} \theta_0 \quad (14)$$

第二焦点 $F_2 \equiv \lim_{z_1 \rightarrow \infty} z_2(z_1)$:

$$F_2 = -\frac{n_2}{n_0} \frac{\left(1 - \frac{k}{r_1} z_0\right)}{\sqrt{A}} \operatorname{ctg} \theta_0 \quad (15)$$

主点 P :

第一主点 $M_t(z_1 \equiv P_1 = 1:P_1)$

$$= \frac{n_1}{n_0} \frac{\cos \theta_0 - \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0}}{\sqrt{A} \sin \theta_0} \quad (16)$$

第二主点 $M_t(z_2 \equiv P_2) = 1:P_2$

$$= \frac{n_2}{n_0} \frac{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0} \cos \theta_0\right)}{\sqrt{A} \sin \theta_0} \quad (17)$$

焦距 f :

第一焦距 $f_1 \equiv F_1 - P_1 : f_1$

$$= \frac{n_1}{n_0} \frac{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0}}{\sqrt{A} \sin \theta_0} \quad (18)$$

第二焦距 $f_2 \equiv F_2 - P_2 : f_2$

$$= -\frac{n_2}{n_0} \frac{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0}}{\sqrt{A} \sin \theta_0} \quad (19)$$

节点 N :

第一节点 $M_a(z_1 \equiv N_1) = 1:N_1$

$$= \frac{n_1}{n_0} \frac{\cos \theta_0 - \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0}}{\sqrt{A} \sin \theta_0} \quad (20)$$

第二节点 $M_a(z_2 \equiv N_2) = 1:N_2$

$$= \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0} \frac{\frac{n_1}{n_0} - \frac{n_2}{n_0} \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0} \cos \theta_0}{\sqrt{A} \sin \theta_0} \quad (21)$$

我们把像和目标离主平面的距离记为 s_1 、

s_2 :

$$s_1 \equiv z_1 - P_1, \quad s_2 \equiv z_2 - P_2$$

$$\text{可以证明: } \frac{f_1}{s_1} + \frac{f_2}{s_1} = 1, \quad M_t = \frac{s_2}{s_1} \quad (22)$$

(22)式即表明高斯公式仍然适用。

把像和目标离焦平面的距离分别记为 d_1 、

d_2 :

$$d_1 \equiv z_1 - F_1, \quad d_2 \equiv z_2 - F_2$$

可以证明:

$$d_1 \cdot d_2 = f_1 \cdot f_2, \quad M_t = \frac{f_2}{d_1} = \frac{d_2}{f_1} \quad (23)$$

(23)式即表明牛顿公式亦成立。

综上所述, 我们求出了锥状单元各主要点的表达式, 当锥状单元的长度变化时, 各主要点的位置产生移动, 可以成实像、虚像、倒像、正像。当锥状单元长度给定后, 各主要点的位置亦被确定。通常就可以利用高斯公式和牛顿公式来表示目标与像的关系。

五、结论与讨论

1. 我们从数学上描述了锥状单元随其长度的变化各主要点位置的移动情况, 并证明所成的目标像可以倒转。这与生物原型实验成像观察的结果一致。

2. 我们得到了锥度为 k 的锥状单元的光线轨迹和几何光学。当 $k=0$ 时, 即为柱状元件, 这与 Felix P. Kapron^[5] 的结果一致。

3. 我们的模型只考虑锥状单元的两个端面为平面的情况。实际上, 晶体柱的两个端面不是平面。因此, 我们的模型只是近似地描述了晶体柱中段的光学性质。关于晶体柱两弯曲端面在成象中的作用, 有待进一步探讨。

参 考 文 献

- [1] Exner, S.: Die Physiologie der facettierten Augen von Kresben und Insekten, 1891.
 [2] Klaus Hausen: *Nature*, **231**, p393, 1971.
 [3] Klaus Hausen: *J. comp. Physiol.*, **82**, 365, 1973.
 [4] Born and Wolf: *Principles of optics*. p121, 1967.
 [5] Felix P. Kapron: *J. O. S. A.*, **60**, 1443, 1970.

[本文于 1978 年 12 月 8 日收到]

附 录 I

解微分方程,

$$\frac{d^2x}{dz^2} + \frac{A}{\left(1 - \frac{k}{r_1} z\right)^2} x = 0 \quad (1)$$

作变数代换, 令 $\frac{k}{r_1} z = 1 - e^t$, 则:

$$z = \frac{r_1}{k} (1 - e^t) \quad (2)$$

$$t = \ln \left(1 - \frac{k}{r_1} z\right) \quad (3)$$

$$\frac{dt}{dz} = -\frac{k}{r_1} \frac{1}{\left(1 - \frac{k}{r_1} z\right)} \quad (4)$$

将(4)式代入(1)式, 则得:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{dx}{dt} + \left(\frac{r_1}{k}\right)^2 Ax = 0 \quad (5)$$

方程(5)是一个二阶常系数线性微分方程。

若 $x = e^{Rt}$ 代入(5)式可得:

$$R^2 e^{Rt} - R e^{Rt} + \left(\frac{r_1}{k}\right)^2 A e^{Rt} = 0$$

因此有:

$$R^2 - R + \left(\frac{r_1}{k}\right)^2 A = 0 \quad (6)$$

(6)式是方程(5)的特征方程:

$$R_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\left(\frac{r_1}{k}\right)^2 A}}{2}$$

方程(5)解的形式根据 $1 - 4\left(\frac{r_1}{k}\right)^2 A \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0$, 分三种情况进行讨论。

$$1. \quad 1 - 4\left(\frac{r_1}{k}\right)^2 A = 0$$

方程有重根, 其通解为:

$$x = c_1 e^{\frac{1}{2}t} + c_2 t e^{\frac{1}{2}t} = c_1 \left(1 - \frac{k}{r_1} z\right)^{\frac{1}{2}} + c_2 \left[\ln\left(1 - \frac{k}{r_1} z\right)\right] \left(1 - \frac{k}{r_1} z\right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

边界条件:

$$\begin{cases} x|_{z=0} = x_1 \\ \frac{dx}{dz}|_{z=0} = p_1 \end{cases} \quad (8)$$

代入(7)式可得:

$$c_1 = x_1$$

$$c_2 = -\frac{1}{2} x - \frac{r_1}{k} p_1$$

整理后代入(7)式, 可得轨迹方程和斜率方程:

$$\begin{cases} x_2 = x_1 \left[1 - \frac{1}{2} \ln\left(1 - \frac{k}{r_1} z\right)\right] \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z} \\ - p_1 \frac{r_1}{k} \ln\left(1 - \frac{k}{r_1} z\right) \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z} \\ p_2 = -x_1 \left[\frac{1}{4} \frac{k}{r_1} \ln\left(1 - \frac{k}{r_1} z\right)\right] \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z}} \end{cases} \quad (9)$$

$$+ p_1 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z}} \left[1 + \frac{1}{2} \ln\left(1 - \frac{k}{r_1} z\right)\right] \quad (10)$$

对于平行于光轴的光束 $p_1 = 0$, x_2 是一个 z 的增函数, 没有聚焦点, 因此不能成象。

$$2. \quad 1 - 4\left(\frac{r_1}{k}\right)^2 A > 0$$

特征方程有两个实根:

记

$$R_1 \equiv \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{r_1}{k}\right)^2 A}$$

$$R_2 \equiv \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{r_1}{k}\right)^2 A}$$

通解: $x = c_1 e^{R_1 t} + c_2 e^{R_2 t}$ (11)

利用边界条件(8)式可得

$$c_1 = \frac{x_1 k R_2 + p_1 r_1}{k(R_1 + R_2)}$$

$$c_2 = -\frac{p_1 r_1 + x_1 k R_1}{k(R_2 - R_1)}$$

将 c_1, c_2 代入(11)式可得

$$x = x_1 \left(\frac{R_2}{R_2 - R_1} e^{R_1 t} - \frac{R_1}{R_2 - R_1} e^{R_2 t} \right) + p_1 \frac{r_1}{k(R_2 - R_1)} (e^{R_1 t} - e^{R_2 t})$$
 (12)

可知 $\left(\frac{R_2}{R_2 - R_1} e^{R_1 t} - \frac{R_1}{R_2 - R_1} e^{R_2 t} \right)$ 的微商大于0, 因

此它是一个增函数, 没有焦点, 也不能成象。

3. $1 - 4 \left(\frac{r_1}{k}\right)^2 A < 0$

亦即 $k < 2r_1 \sqrt{A}$, 此时特征方程有两个虚根

$$R_{1,2} \approx \frac{1}{2} \pm i \frac{r_1 \sqrt{A}}{k}$$

方程(5)的通解为:

$$x = e^{\frac{1}{2} t} \left(c_1 \cos \frac{r_1 \sqrt{A}}{k} t + c_2 \sin \frac{r_1 \sqrt{A}}{k} t \right)$$
 (13)
$$t = \ln \left(1 - \frac{k}{r_1} z \right)$$

利用边界条件(8)式可得:

$$c_1 = x_1$$

$$c_2 \approx -\frac{p_1}{\sqrt{A}}$$

代入(13)式可得:

$$x = e^{\frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{k}{r_1} z \right)} \left\{ x_1 \cos \left[\frac{r_1 \sqrt{A}}{k} \ln \left(1 - \frac{k}{r_1} z \right) \right] - \frac{p_1}{\sqrt{A}} \sin \left[\frac{r_1 \sqrt{A}}{k} \ln \left(1 - \frac{k}{r_1} z \right) \right] \right\}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z} x_1 \cos \theta - \frac{p_1}{\sqrt{A}} \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z} \sin \theta$$

其中 $\theta \equiv \frac{r_1 \sqrt{A}}{k} \ln \left(1 - \frac{k}{r_1} z \right)$

$$\frac{dx}{dz} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k}{r_1} z \right)^{-\frac{1}{2}} \left(-\frac{k}{r_1} \right) \left(x_1 \cos \theta - \frac{p_1}{\sqrt{A}} \sin \theta \right) - \sqrt{A} \left(1 - \frac{k}{r_1} z \right)^{-\frac{1}{2}} \left(-x_1 \sin \theta - \frac{p_1}{\sqrt{A}} \cos \theta \right)$$

$$\approx \left(1 - \frac{k}{r_1} z \right)^{-\frac{1}{2}} x_1 \sqrt{A} \sin \theta + \left(1 - \frac{k}{r_1} z \right)^{-\frac{1}{2}} p_1 \cos \theta$$

因此,

$$x = \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z} x_1 \cos \theta - p_1 \frac{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z}}{\sqrt{A}} \sin \theta$$
 (14)

$$p = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z}} x_1 \sin \theta + p_1 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z}} \cos \theta$$
 (15)

(14),(15)二式中, x_1 为入射时的位置, p_1 为进入锥状元件后的瞬时斜率, x, p 是光线在锥状元件中任意一点的位置与斜率。

附 录 II

象点的坐标 (z_2, x_2) 用物点 (z_1, x_1) 来表示:

光线A与光线B在像空间中交点的位置由下式解出:

$$X_A(z_0) + z_2 \frac{n_0}{n_2} m_A(z_0) = X_B(z_0) + z_2 \frac{n_0}{n_2} m_B(z_0)$$
 (1)

因此,

$$z_2(z_1, x_1) = \frac{n_2 X_B(z_0) - X_A(z_0)}{n_0 m_A(z_0) - m_B(z_0)}$$

$$= -\frac{n_2 \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0} \left(\frac{n_1}{n_0} \frac{\sin \theta_0}{z_1 \sqrt{A}} + \cos \theta_0 \right)}{\left(\sqrt{A} \sin \theta_0 - \frac{n_1}{n_0} \frac{\cos \theta_0}{z_1} \right)}$$
 (2)

把 z_2 代入 $x_2(z_1, x_1) = X_A(z_0) + z_2 \frac{n_0}{n_2} m_A(z_0)$ 可得:

$$x_2(z_1, x_1) = \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0} x_1 \cos \theta_0 + \frac{X_B(z_0) - X_A(z_0)}{m_A(z_0) - m_B(z_0)} m_A(z_0)$$

$$= -x_1 \frac{n_1}{n_0} \frac{\sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0}}{z_1 \sqrt{A} \sin \theta_0 - \frac{n_1}{n_0} \cos \theta_0}$$
 (3)

物点坐标 (z_1, x_1) 亦可以用像点坐标 (z_2, x_2) 来表示:

将(2)式展开后可得:

$$z_2 n_0 \sqrt{A} \sin \theta_0 - z_2 n_1 \frac{\cos \theta_0}{z_1} = \frac{-n_1 n_2 \sin \theta_0}{n_0 z_1 \sqrt{A}} - n_2 \cos \theta_0 + \frac{k}{r_1} z_0 \frac{n_1 n_2 \sin \theta_0}{n_0 z_1 \sqrt{A}} + \frac{k}{r_1} z_0 n_2 \cos \theta_0$$

经过整理, 可得

$$z_1 = \frac{z_2 \frac{n_1}{n_2} \cos \theta_0 - \frac{n_1}{n_0} \frac{\sin \theta_0}{\sqrt{A}} \left(1 - \frac{k}{r_1} z_0 \right)}{\left(1 - \frac{k}{r_1} z_0 \right) \cos \theta_0 + z_2 \frac{n_0}{n_2} \sqrt{A} \sin \theta_0}$$
 (4)

$$\therefore x_2 = X_A(z_0) + z_2 \frac{n_0}{n_2} m_A(z_0)$$

因此可得:

$$x_1(z_2, x_2) = \frac{x_2 \sqrt{1 - \frac{k}{r_1} z_0}}{\left(1 - \frac{k}{r_1} z_0 \right) \cos \theta_0 + z_2 \frac{n_0}{n_2} \sqrt{A} \sin \theta_0}$$
 (5)

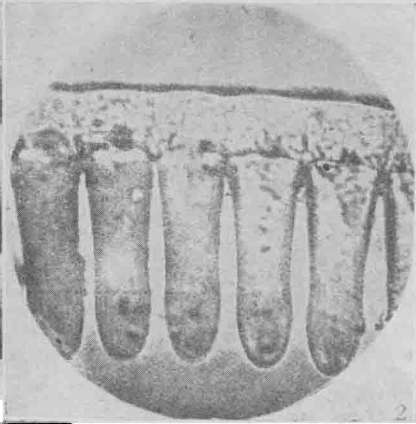
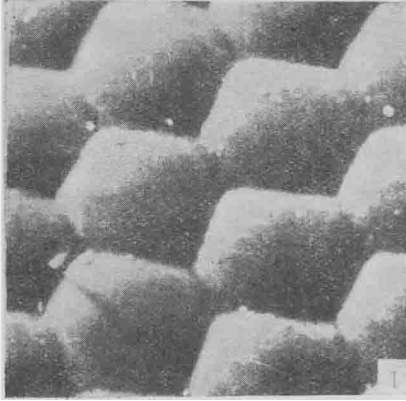


图 1 萤火虫复眼扫描电镜照片

图 2 萤火虫复眼折光器的纵切面

图 3 萤火虫复眼折光器纵切面的干涉显微照片

图 4 萤火虫复眼折光器横切面的干涉显微照片

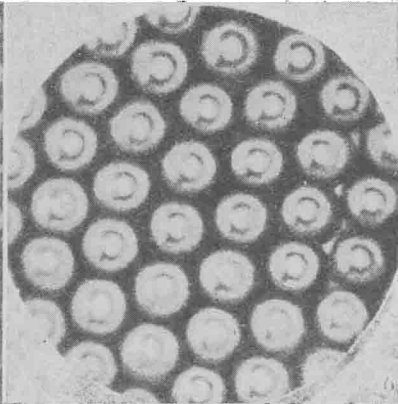
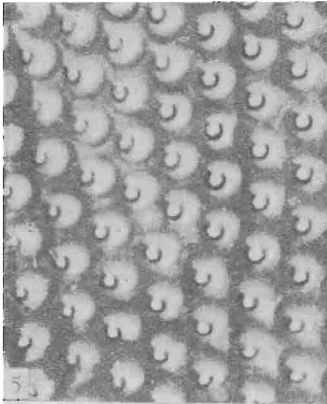
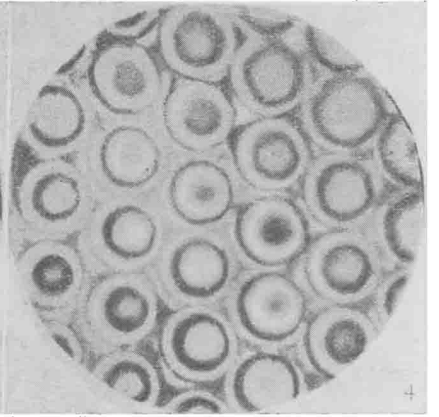
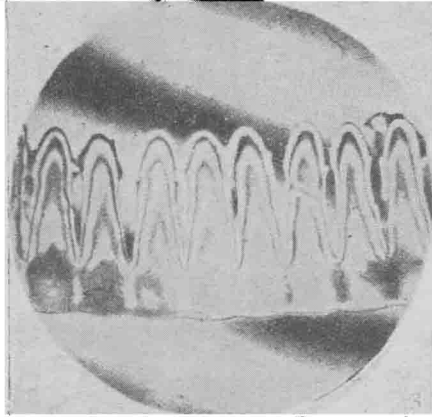


图 5 萤火虫复眼晶体柱内所形成的小倒像

图 6 萤火虫复眼晶体柱薄横切片成的小倒像

图 7 萤火虫晶体柱阵列形成的综合像

图 8 平板型复眼镜形成的综合象

